

ĐỀ SỐ: TO2_234_10

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1		Tính tích phân kép: $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, D được giới hạn bởi đường tròn: $x^2 + y^2 = 2x$ với $y \geq 0$.	3,0
		Chuyển sang hệ tọa độ cực với $\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$.	0,5
		Miền lấy tích phân D : $\begin{cases} 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq r \leq 2 \cos \varphi \end{cases}$	1,0
		$\iint_D r^2 dr d\varphi = \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{2 \cos \varphi} r^3 dr$	0,5
		$\int_0^{\pi/2} d\varphi \frac{r^4}{4} \Big _0^{2 \cos \varphi} = 4 \int_0^{\pi/2} \cos^4 \varphi d\varphi$	0,5
		$= \int_0^{\pi/2} \left(\frac{3}{2} + 2 \cos 2\varphi + \frac{1}{2} \cos 4\varphi \right) d\varphi = \frac{3\pi}{4}$.	0,5
2		Tính tích phân bội ba: $\iiint_V y dx dy dz$, V là miền xác định bởi: $y \geq 0, x^2 + y^2 \leq z \leq 1$.	2,5
		Chuyển sang tọa độ trụ, đặt: $\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \\ z = z \end{cases}$	0,75
		Miền $V \rightarrow V'$: $\begin{cases} 0 \leq \varphi \leq \pi \\ 0 \leq r \leq 1 \\ r^2 \leq z \leq 1 \end{cases}$	0,75
		$I = \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^1 r dr \int_{r^2}^1 r \sin \varphi dz = \int_0^{\pi} \sin \varphi d\varphi \int_0^1 (r^2 - r^4) dr$	0,5
		$= \int_0^{\pi} \sin \varphi \left[\left(\frac{r^3}{3} - \frac{r^5}{5} \right) \Big _0^1 \right] d\varphi = \frac{4}{15}$	0,5
3		Sử dụng tích phân đường loại hai, tính công của lực $\vec{F} = (2 - y)\vec{i} + x\vec{j}$, dọc theo cung L : $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi$.	2,0

	$W = \int_L (2-y)dx + xdy, \quad L: \begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi.$	0,5
	Ta có: $\begin{cases} dx = (1 - \cos t)dt \\ dy = \sin t dt \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi.$	
	$I = \int_0^{2\pi} [(1 + \cos t)(1 - \cos t) + (t - \sin t) \cdot \sin t] dt$	0,5
	$= \int_0^{2\pi} t \sin t dt$	0,5
	$= \left(-t \cos t \Big _0^{2\pi} + \int_0^{2\pi} \cos t dt \right) = -2\pi.$	0,5
4	Giải phương trình vi phân: $(e^x + 3y)dx + (3x + 6y^2)dy = 0$	2,5
	$P'_y = Q'_x = 3$, phương trình đã cho là phương trình vi phân toàn phần	0,75
	Chọn $x_0 = y_0 = 0$	0,5
	Nghiệm tổng quát: $\int_0^x e^x dx + \int_0^y (3x + 6y^2)dy = C$	0,75
	Hay $e^x - 1 + 3xy + 2y^3 = C$	0,5

----- HẾT -----